

**NỘI DUNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ II  
MÔN TOÁN 9**

**A. NỘI DUNG**

**1. ĐẠI SỐ 9**

- Giải hệ phương trình
- Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
- Đồ thị hàm số  $y = ax^2$
- Phương trình bậc hai một ẩn
- Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

**2. HÌNH HỌC**

- Góc với đường tròn
- Tứ giác nội tiếp

**B. MỘT SỐ BÀI TẬP THAM KHẢO**

**PHẦN 1: ĐẠI SỐ**

**I. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 4x - 5y = -5 \\ 4x - 7y = -1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} (x+3)(y+2) = 7 + xy \\ (x+1)(y+1) = xy + 2 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = 1 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} - \sqrt{y+2} = 5 \\ 2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{y+2} = 18 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} 2|x-1| + |x+y| = 4 \\ |1-x| + 2|x+y| = 5 \end{cases}$$

**Bài 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ mx - y = 4 \end{cases}$  với m là tham số.

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn:

a) x, y trái dấu

b) x, y cùng dấu

c)  $x = |y|$

**Bài 3.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$  với m là tham số

a) Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất (x, y) với mọi giá trị của m

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x, y) thỏa mãn  $2x + y \leq 3$

**Bài 4.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$  với m là tham số

a) Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất (x, y) với mọi giá trị của m

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x, y) sao cho  $x < 1$  và  $y < 1$

c) Tìm số nguyên m để hệ phương trình có nghiệm (x, y) sao cho x, y là các số nguyên.

## II. HÀM SỐ $y=ax^2$ ( $a \neq 0$ ). PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

**Bài 5.** Cho hàm số  $y = ax^2$  có đồ thị là parabol (P)

- Tìm hệ số  $a$  biết rằng (P) đi qua điểm  $M(-2;4)$
- Vẽ đồ thị (P) với giá trị của  $a$  vừa tìm được

**Bài 6.** Vẽ đồ thị các hàm số sau:

- $y = -x^2$
- $y = 2x^2$
- $y = \frac{1}{2}x^2$
- $y = -3x^2$

**Bài 7.** Giải các phương trình sau:

- $5x^2 - x + 2 = 0$
- $-3x^2 + 2x + 8 = 0$
- $5x^2 + 2x - 16 = 0$
- $\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{16}{3} = 0$
- $1230x^2 - 4x - 1234 = 0$
- $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$
- $23x^2 - 9x - 32 = 0$
- $(2 - \sqrt{3})x^2 + 2\sqrt{3}x - (2 + \sqrt{3}) = 0$

**Bài 8.** Xác định  $m$  và tìm nghiệm còn lại của phương trình

- $x^2 + mx - 35 = 0$  biết một nghiệm bằng  $-5$
- $2x^2 - (m+4)x + m = 0$  biết một nghiệm bằng  $-3$
- $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$  biết một nghiệm bằng  $3$

**Bài 9.** Tìm hai số  $u$  và  $v$  trong mỗi trường hợp sau:

- $u + v = 14, uv = 40$
- $u + v = 7, uv = 12$
- $u^2 + v^2 = 85, uv = 18$

**Bài 10.** Cho phương trình  $x^2 - 8x + 15 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  hãy tính

- $x_1^2 + x_2^2$
- $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$
- $|x_1| + |x_2|$

**Bài 11.** Cho phương trình  $x^2 - 6x + m = 0$ . Tính giá trị của  $m$ , biết rằng phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_2 - x_1 = 4$ .

**Bài 12.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0$ .

**Bài 13.** Cho phương trình  $x^2 - (m+1)x + m - 5 = 0$ .

Xác định tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 32 \end{cases}$

**Bài 14.** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ ,  $m$  là tham số

- Giải phương trình khi  $x = -5$
- CMR phương trình luôn có nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi  $m$
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm dương
- CMR biểu thức  $A = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1)$  không phụ thuộc  $m$

**Bài 15.** Cho phương trình ẩn x:  $(m-4)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$

- Giải phương trình khi  $m = 5$
- Tìm m để phương trình có nghiệm  $x = \sqrt{2}$ . Tìm nghiệm còn lại
- Tìm m để phương trình : có nghiệm? Có hai nghiệm phân biệt? Vô nghiệm? Có nghiệm kép?
- Khi phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$  : + Hãy tính  $A = x_1^2 + x_2^2$  theo m  
+ Tìm m để  $A = 1$

**Bài 16:** Xác định m để phương trình

- $mx^2 - 2(m+2)x + 3(m-2) = 0$  có hai nghiệm cùng dấu
- $(m-1)x^2 - 2x + m = 0$  có ít nhất một nghiệm không âm

**Bài 17:** Tìm m để phương trình  $x^2 - 2(m-4)x + m^2 - 8 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

- $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$  đạt giá trị lớn nhất
- $B = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$  đạt giá trị nhỏ nhất

**Bài 18:** Cho phương trình  $x^2 - (3m-1)x + 2(m^2 - 1) = 0$  (1), (m là tham số)

- Giải phương trình khi  $m = 2$
- Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m
- Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của (1), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2$

### III. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

**Bài 19.** Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị bằng 12. Nếu thêm số 0 vào giữa hai chữ số thì ta được một số mới có ba chữ số lớn hơn số ban đầu 180 đơn vị. Tìm số ban đầu.

**Bài 20.** Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Biết tổng hai chữ số của nó bằng 9. Nếu lấy số đó chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 2 và dư 18. Tìm số ban đầu.

**Bài 21.** Quãng đường AC dài 165km và B là một vị trí trên quãng đường AC. Một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc 50km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB, BC. Biết thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là 30 phút.

**Bài 22.** Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66km hết một thời gian bằng tàu chạy ngược dòng 54km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22km và ngược dòng 9km thì hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc riêng của tàu không đổi).

**Bài 23.** Đoạn đường AB dài 180km. Cùng một lúc, xe máy đi từ A và ô tô đi từ B, hai xe gặp nhau tại điểm C cách A 80km. Nếu xe máy khởi hành sau 54 phút thì chúng gặp nhau tại điểm D cách A 60km. Tính vận tốc của ô tô và xe máy.

**Bài 24.** Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25% công việc. Hỏi mỗi người đó làm xong công việc đó trong bao lâu thì xong?

**Bài 25.** Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 36 ngày thì xong việc. Nếu đội thứ nhất làm xong  $\frac{1}{3}$  đoạn đường rồi nghỉ, đội thứ hai đến làm tiếp đoạn đường còn lại với thời gian

dài hơn đội thứ nhất đã làm là 40 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình sau bao nhiêu ngày thì xong đoạn đường này.

**Bài 26.** Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải may 3000 bộ quần áo bảo hộ y tế để phục vụ cho công tác phòng chống dịch Covid - 19. Trên thực tế, tổ 1 đã may vượt mức 10%, tổ 2 may vượt mức 12% so với kế hoạch nên cả hai tổ đã may được 3328 bộ quần áo bảo hộ y tế. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu bộ quần áo bảo hộ y tế?

**Bài 27.** Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

**Bài 28.** Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 700 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 22%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 833 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

**Bài 29.** Dân số của một tỉnh là 420 nghìn người. Sau 1 năm, dân số nội thành tăng 0,8% và dân số ngoại thành tăng 1,1% nên sau 1 năm dân số toàn tỉnh tăng 1%. Tính dân số nội thành và dân số ngoại thành của tỉnh đó tại thời điểm hiện tại.

**Bài 30.** Cho một tấm bìa hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm  $13\text{cm}^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 2cm, chiều rộng đi 1cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm  $15\text{cm}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của tấm bìa đã cho.

#### IV. CÁC DẠNG BÀI TẬP KHÁC

**Bài 31.** Giải phương trình:  $x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$

**Bài 32.** Giải phương trình:  $\sqrt{5x^2 + 14x + 9} - \sqrt{x^2 - x - 20} = 5\sqrt{x+1}$

**Bài 33.** Cho  $x, y, z$  thỏa mãn:  $0 < x, y, z \leq 1$  và  $x^2y + y^2z + z^2x = 3xyz$

Tìm giá trị lớn nhất của  $S = \frac{z}{1+xy-x} + \frac{x}{1+yz-y} + \frac{y}{1+xz-z}$

**Bài 34.** Cho  $a, b, c > 0$  và  $ab + bc + ca = 1$ .

Chứng minh rằng:  $\sqrt{a^2+1} + \sqrt{b^2+1} + \sqrt{c^2+1} \leq 2(a+b+c)$

**Bài 35.** Cho ba số  $a, b, c$  không âm.

Biết  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{3}$  và  $\sqrt{(a+2b)(a+2c)} + \sqrt{(b+2a)(b+2c)} + \sqrt{(c+2a)(c+2b)} = 3$

Tính giá trị của biểu thức  $M = (2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 4\sqrt{c})^2$

### PHẦN 2: HÌNH HỌC

**Bài 1.** Cho đường tròn  $(O; R)$  có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm M di động trên cung nhỏ BC, AM cắt CD tại N và tia CM cắt AB tại S. Gọi E là hình chiếu của M trên CD. Kẻ CH vuông góc với AM tại H.

- 1) Chứng minh 4 điểm A, O, H, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh  $SM \cdot SC = SA \cdot SB$  và H là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle MOE$ .
- 3) Gọi giao điểm của DM và AB là F. Chứng minh diện tích tứ giác ANFD không đổi, từ đó suy ra vị trí của điểm M để diện tích  $\triangle MNF$  lớn nhất.

**Bài 2.** Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn (O;R). Vẽ AH vuông góc với BC, từ H vẽ HP vuông góc với AB và HQ vuông góc với AC ( $H \in BC, P \in AB, Q \in AC$ ). Vẽ đường kính AE cắt PQ tại I, tia PQ cắt đường tròn (O;R) tại K

- 1) Chứng minh bốn điểm A, P, H, Q cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh  $AP \cdot AB = AQ \cdot AC$
- 3) Chứng minh  $AH = AK$

**Bài 3.** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi H là điểm nằm giữa O và B. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Trên cung nhỏ AC lấy điểm E, kẻ  $CK \perp AE$  tại K. Đường thẳng DE cắt CK tại F. Chứng minh:

- 1) Tứ giác AHCK là tứ giác nội tiếp;
- 2)  $AH \cdot AB = AD^2$ ;
- 3) Tam giác ACF là tam giác cân.

**Bài 4.** Cho nửa (O) đường kính AB. Lấy  $M \in OA$  (M không trùng O và A). Qua M vẽ đường thẳng d vuông góc với AB. Trên d lấy N sao cho  $ON > R$ . Nối NB cắt (O) tại C. Kẻ tiếp tuyến NE với (O) (E là tiếp điểm, E và A cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ d).

Chứng minh:

- 1) Bốn điểm O, E, M, N cùng thuộc một đường tròn;
- 2)  $NE^2 = NC \cdot NB$ ;
- 3)  $NEH = NME$  (H là giao điểm của AC và d);
- 4) NF là tiếp tuyến với đường tròn (O) với F là giao điểm của HE và (O).

**Bài 5.** Cho đường tròn (O) đường kính AB, gọi I là trung điểm của OA, dây CD vuông góc với AB tại I. Lấy K tùy ý trên cung BC nhỏ, AK cắt CD tại H.

- 1) Chứng minh tứ giác BIHK là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $AH \cdot AK$  có giá trị không phụ thuộc vị trí điểm K.
- 3) Kẻ  $DN \perp CB, DM \perp AC$ . Chứng minh các đường thẳng MN, AB, CD đồng quy.

**Bài 6.** Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là hai tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O; R) tại B và C ( $AB < AC$ ). Gọi I là trung điểm BC.

- 1) Chứng minh năm điểm A, M, N, O, I thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh  $AM^2 = AB \cdot AC$ .
- 3) Đường thẳng qua B, song song với AM cắt MN tại E. Chứng minh IE song song MC.
- 4) Chứng minh khi d thay đổi quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC luôn nằm trên một đường tròn cố định.

**Bài 7.** Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ  $MI \perp AB, MK \perp AC, MP \perp BC$  ( $I \in AB, K \in AC, P \in BC$ ). Gọi BM cắt PI tại E; CM cắt PK tại F.

- 1) Chứng minh: Tứ giác CPMK nội tiếp đường tròn.
- 2) Chứng minh:  $MPK = MBC$ .
- 3) Chứng minh tứ giác MEPF nội tiếp đường tròn và tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích  $MI \cdot MK \cdot MP$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 8.** Cho  $(O; R)$  đường kính  $AB$  cố định. Gọi  $M$  là trung điểm đoạn  $OB$ , dây  $CD \perp AB$  tại  $M$ , điểm  $E$  di động trên cung lớn  $CD$  ( $E \neq A$ ). Nối  $AE$  cắt  $CD$  tại  $K$ . Nối  $BE$  cắt  $CD$  tại  $H$ .

- 1) Chứng minh 4 điểm  $B, M, E, K$  thuộc 1 đường tròn
- 2) Chứng minh  $AE \cdot AK$  không đổi,  $E$  di động trên cung lớn  $CD$
- 3) Tính theo  $R$ , diện tích hình quạt giới hạn bởi  $OB, OC$  và cung nhỏ  $BC$ .
- 4) Chứng minh tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp  $\Delta BHK$  luôn thuộc một đường thẳng cố định khi điểm  $E$  di động trên cung lớn  $CD$

**Bài 9.** Cho đường tròn  $(O; R)$  có hai đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau. Lấy điểm  $M$  bất kì thuộc đoạn thẳng  $OA$  ( $M$  khác  $O, A$ ). Tia  $DM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $N$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $OCNM$  nội tiếp.
- b) Chứng minh  $DM \cdot DN = DO \cdot DC$
- c) Đường tròn tâm  $M$  bán kính  $MC$  cắt  $AC, CB$  lần lượt tại  $E, F$ . Tính  $CE + CF$  theo bán kính  $R$

d) Nối  $B$  với  $N$  cắt  $OC$  tại  $P$ . Tìm vị trí của điểm  $M$  để  $\frac{OM}{AM} + \frac{OP}{CP}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 10.** Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  với đường tròn. Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $K$  (với  $AK \geq R$ ). Qua  $K$  kẻ tiếp tuyến  $KM$  với đường tròn  $(O)$  ( $M$  là tiếp điểm). Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$ , cắt  $MB$  tại  $E$ .

- a) Chứng minh tứ giác  $KAOM$  nội tiếp đường tròn.
- b)  $OK$  cắt  $AM$  tại  $I$ , chứng minh tích  $OI$ .  $OK$  không đổi khi  $A$  chuyển động trên tia  $Ax$ .
- c) Chứng minh  $KAOE$  là hình chữ nhật.
- d) Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $KMA$ . Chứng minh khi  $K$  chuyển động trên  $Ax$  thì  $H$  luôn thuộc một đường tròn cố định.